

mr Milan Bošković, dipl. ing. građ.
Republički hidrometeorološki zavod
Titograd

STATISTIČKA ANALIZA MALIH VODA TARE PO METODI VLADIMIROVA

UVOD

Problem malih voda može biti ništa manje aktuelan od velikih, posebno u periodima izrazitijih zagađenja vodotoka, sa kojima se sve više suočavamo. Na sreću, do danas, Tara je ostala jedna od najčistijih, a time i najatraktivnijih naših reka, te upravo zbog toga valja ukazati na njene kvantitativne pokazatelje u domenu malih voda.

Pod pojmom »male vode« podrazumijeva se faza rečnog otičaja u kojoj se isti formira na račun iscrpljenja podzemnih rezervi vode u slivu. Te su promene slabog intenziteta i ta je činjenica presudna na izbor postupka u analizi malih voda. Ovdje su osim minimalnih proticaja od interesa i njihova trajanja, za koja se opredeljujemo da budu analizirana, kako je to uobičajeno, kao vode trajanja 1, 10, 20 i 30 dana.

U stvari, radi se o minimalnim srednje dnevnom (Q_1), minimalnim srednje 10-to dnevnom (Q_{10}), minimalnim srednje 20-to dnevnom (Q_{20}), i minimalnim srednje mesečnim; 30-to dnevnom (Q_3) proticajima. Prednost postupka Vladimirova u analizi malih voda ogleda se u tome što se uspostavljene regionalne zavisnosti mogu primeniti, kao što će se kasnije videti, pri analizi malih voda hidrološki neizučenihi slivova. Pri tome se pojam »hidrološki neizučenihi sliv« odnosi na slivove za koje ne postoje hidrometrijska merenja i osmatranja.

Teoretski osvrt na primenjeni postupak

Klasični postupak statističke analize malih voda za reke gde postoje višegodišnji hidrološki podaci bio bi da se na tako formi-

rane nizove navedenih trajanja primeni neka teorijska funkcija raspodele koja bi se dobro prilagodila empirijskoj.

U nastavku određuju se vrednosti promenljive ($Q_{T,P}$); $T = 1, 10, 20$ i 30 dana; P — interval verovatnoće, $P = 80 - 99\%$ gde je $P = 1 - F(x)$, $F(x)$ — teorijska funkcija raspodele verovatnoće. Dakle, potrebno je poznavati parametre funkcije raspodele (Q, C_v, C_s)

Tako se za period odabranog trajanja (T) i verovatnoće ($P\%$), može uspostaviti:

$$Q_{T, P\%} = f(Q_0, C_{v,t}, C_{s,t}) \quad (1)$$

Za neizučene slivove, vrednosti parametara raspodele mogu se odrediti uspostavljanjem regionalnih zavisnosti ovih veličina za izučene slivove, u funkciji različitih fizičko geografskih karakteristika sliva.

Kumulativna greška procene $Q_{T,P,\%}$ pri tom biće:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{Q_0}^2 + \sigma_{C_{v,t}}^2 + \sigma_{C_{s,t}}^2} \quad (2)$$

i zavisice od greške procene svakog parametra ponaosob, prema prethodnom izrazu.

Vladimirov (1976) predložio je, po opštem mišljenju, efikasniji postupak po kojem tražena veličina $Q_{T,P,\%}$ zavisi od dva parametra, i to:

- neke povoljno odabrane vrednosti Q_0 i
- koeficijenta prelaza od Q_0 na $Q_{T,P,\%}$. Odnosno,

$$Q_{T, P\%} = \lambda_{T,P} \cdot Q_0 \quad (3)$$

Koristeći se ovim svojstvom, procedura proračuna malih voda po ovom postupku svodi se na:

- a) Određivanje regionalnih zavisnosti $Q_0 = f(F)$, u funkciji površine sliva, pri čemu se za Q_0 uzimaju minimalni proticaji verovatnoće 80% i trajanja $T = 1, 10, 20$ i 30 dana, ($Q_0 = Q_{T,80\%}$).
- b) Određivanje koeficijenata prelaza $\lambda_{T,P}$; $T = 1, 10, 20$ i 30 dana, $P = 90, 95, 97$ i 99% ; preko zavisnosti $Q_{T,80\%}$

Regionalne zavisnosti $Q = Q_{T,80\%} = f(F)$, uspostavljamo u obliku potencijalne funkcije,

$$Q_{T,80\%} = a \times F^b \quad (4)$$

odnosno,
$$Q_{T,80\%} = a \times (F + F_c)^b \quad (5)$$

F_c — površina sliva regiona koji presušuje, u prethodnom izrazu uzima se sa znakom minus, ili površina sa koje se odvija dopunsko podzemno prihranjivanje, unosi se sa znakom plus, i najčešće za uzrok ima nepoklapanje površinske i podzemne vododelnice.

U okviru ovog rada koristit ćemo izraz (4) pošto, u ovoj fazi istraženosti sliva Tare, nema uslova za uvođenje komponente F_c .

Konkretna primena postupka Vladimirova na procjenu sliva Tare

Već duži niz godina u slivu Tare se osmatraju 7 hidroloških stanica, od čega 5 na samoj Tari (Crna Poljana, Trebaljevo, Bistrica, Đurđevića Tara i Šćepan Polje) i 2 na pritokama Plasnici i Štitarici pri ušću u Taru, profili »Bakovići« i »Podbišće«. Koristeći sa njih dobijene podatke iz višegodišnjih nizova o malim vodama, za sva trajanja $T = 1, 10, 20$ i 30 dana, uz primjenu funkcije raspodele »Log Pirson«, dobijeni su proticaji malovodnih perioda:

U prethodnoj tabeli prikazani su minimalni proticaji obezbeđenosti 80, 90, 95, 97, i 99%, ili povratnih perioda prosečnog javljanja jednom u 5, 10, 20, 30 i 100 godina.

U nastavku prikazane su zavisnosti $Q_{T,80\%} = f(F)$; $T = 1, 10, 20$, i 30 dana, prema izrazu (4), poznatom metodom najmanjih kvadratnih odstupanja dobijene su jednačine:

— za vode trajanja 1 dan,
$$Q_{1,80\%} = 0.0013 F^{1.2046} \quad (6)$$

— za vode trajanja 10 dana,
$$Q_{10,80\%} = 0.0016 F^{1.1833} \quad (7)$$

— za vode trajanja 20 dana,
$$Q_{20,80\%} = 0.0020 F^{1.1601} \quad (8)$$

— za vode trajanja 30 dana,
$$Q_{30,80\%} = 0.0026 F^{1.1355} \quad (9)$$

Koristeći parove vrednosti $Q_{T,P}$ i $Q_{T,80\%}$; $T = 1, 10, 20$ i 30 dana i $P = 90, 95, 97$ i 99%; linearnim korelacijama dobijene su zavisnosti sa koeficijentima prelaza $\gamma_{T,P}$ kao u izrazu (3):

Minimalni proticaji Q (m/sec.)

		Štitarica, F = 45.9 km. profil: »Podbišće				Plasnica, F = 111.1 km profil: »Bakoviće				Tara, F = 247.0 km profil: »Crna Poljana»				Tara, F = 505.8 km profil: »Trebajevok»			
		1	10	20	30	1	10	20	30	1	10	20	30	1	10	20	30
		dana		dana		dana		dana		dana		dana		dana		dana	
obezbe-		0.100	0.122	0.139	0.162	0.529	0.571	0.631	0.754	0.960	1.10	1.19	1.31	2.17	2.46	2.58	2.78
đenost		0.083	0.100	0.115	0.130	0.479	0.492	0.560	0.665	0.815	0.837	0.873	0.965	1.99	2.20	2.32	2.46
	80 %	0.073	0.085	0.099	0.109	0.406	0.427	0.513	0.590	0.700	0.739	0.752	0.822	1.87	2.04	2.16	2.30
	95 %	0.067	0.076	0.090	0.097	0.386	0.400	0.447	0.488	0.625	0.667	0.681	0.738	1.80	1.94	2.05	2.18
	99 %	0.058	0.064	0.076	0.080	0.350	0.364	0.393	0.412	0.529	0.568	0.580	0.625	1.70	1.78	1.88	1.97

		Tara, F = 780.1 km profil: »Bistrica»				Tara, F = 1381 km profil: »Durdevica Tara»				Tara, F = 2040 km profil: »Šećpan-Polje»			
		1	10	20	30	1	10	20	30	1	10	20	30
		dana		dana		dana		dana		dana		dana	
obezbe-		3.62	4.01	4.28	4.53	8.37	9.16	9.61	10.6	11.3	12.2	12.7	13.8
đenost		3.23	3.59	3.82	4.04	7.42	8.19	8.57	9.31	10.3	10.9	11.4	12.3
	80 %	2.97	3.31	3.53	3.71	6.71	7.46	7.83	8.40	9.56	10.1	10.5	11.3
	95 %	2.82	3.15	3.35	3.52	6.28	7.01	7.38	7.83	9.16	9.64	10.0	10.7
	99 %	2.57	2.87	3.06	3.22	5.52	6.27	6.63	6.92	8.56	8.88	9.20	9.72

— za vode trajanja 1 dan,

$$Q_{1, 90\%} = 0.905 Q_{1, 80\%} - 0.011 \quad (10)$$

$$Q_{1, 95\%} = 0.835 Q_{1, 80\%} - 0.022 \quad (11)$$

$$Q_{1, 97\%} = 0.796 Q_{1, 80\%} - 0.027 \quad (12)$$

$$Q_{1, 99\%} = 0.731 Q_{1, 80\%} - 0.030 \quad (13)$$

— za vode trajanja 10 dana,

$$Q_{10, 90\%} = 0.897 Q_{10, 80\%} - 0.020 \quad (14)$$

$$Q_{10, 95\%} = 0.828 Q_{10, 80\%} - 0.028 \quad (15)$$

$$Q_{10, 97\%} = 0.788 Q_{10, 80\%} - 0.034 \quad (16)$$

$$Q_{10, 99\%} = 0.720 Q_{10, 80\%} - 0.040 \quad (17)$$

— za vode trajanja 20 dana,

$$Q_{20, 90\%} = 0.901 Q_{20, 80\%} - 0.027 \quad (18)$$

$$Q_{20, 95\%} = 0.828 Q_{20, 80\%} - 0.028 \quad (19)$$

$$Q_{20, 97\%} = 0.788 Q_{20, 80\%} - 0.033 \quad (20)$$

$$Q_{20, 99\%} = 0.721 Q_{20, 80\%} - 0.042 \quad (21)$$

— za vode trajanja 30 dana,

$$Q_{30, 95\%} = 0.892 Q_{30, 80\%} - 0.027 \quad (22)$$

$$Q_{30, 90\%} = 0.816 Q_{30, 80\%} - 0.032 \quad (23)$$

$$Q_{30, 97\%} = 0.771 Q_{30, 80\%} - 0.042 \quad (24)$$

$$Q_{30, 99\%} = 0.696 Q_{30, 80\%} - 0.047 \quad (25)$$

Po saopštenoj metodologiji evo i nekoliko primera prikaza malih voda za neke neizučene podslivove iz sliva Tare, za koje se zna da ne presušuju, što je i uslov primenljivosti ovog postupka. Zbog preglednosti prikaza ograničićemo se na 10-to, 20-to i 100-to godišnje male vode. Takođe, ukazaće se na neke značajne profile na samoj Tari, koji se iz bilo kojih razloga više ne osmatraju. Za testiranje dobijenih rezultata priložene su i računске vrednosti za merne profile, koje, upoređene sa originalnim na str. 3, govore o uspešnosti primene ove procedure.

Računske vrednosti minimalnih proticaja Q (m/sec); t = 1, 10, 20 i 30 dana, p = 90, 95 i 99 %

reka	profil	pov. sl. km ²	obezbeđenosti 90 %				obezbeđenosti 95 %				obezbeđenosti 99 %			
			1 dan	10 dana	20 dana	30 dana	1 dan	10 dana	20 dana	30 dana	1 dan	10 dana	20 dana	30 dana
Veruša	ušće	35.8	0.077	0.080	0.087	0.108	0.059	0.063	0.077	0.091	0.041	0.044	0.050	0.058
Opasanica	"	58.6	0.148	0.155	0.176	0.209	0.124	0.136	0.158	0.184	0.098	0.102	0.102	0.137
Drečka	"	108.9	0.323	0.347	0.389	0.450	0.287	0.313	0.354	0.404	0.240	0.256	0.291	0.325
Tara	Crna Polj.	247.0	0.886	0.951	1.048	1.181	0.806	0.870	0.960	1.074	0.695	0.741	0.818	0.896
Pčinja	"	33.3	0.069	0.072	0.078	0.097	0.052	0.056	0.069	0.082	0.035	0.038	0.042	0.050
Svinjača	"	41.0	0.091	0.094	0.107	0.130	0.073	0.079	0.095	0.112	0.053	0.057	0.065	0.076
Plasnica	Bakovići	113.2	0.339	0.365	0.408	0.471	0.301	0.329	0.372	0.424	0.253	0.270	0.306	0.342
Tara	Trebaljevo	505.8	2.116	2.251	2.443	2.700	1.941	2.070	2.242	2.463	1.688	1.784	1.934	2.081
Štitarica	Podbišće	44.3	0.102	0.109	0.119	0.145	0.082	0.090	0.107	0.125	0.061	0.064	0.075	0.087
Tara	Mojkovac	678.9	3.021	3.197	3.448	3.782	2.776	2.944	3.165	3.453	2.419	2.544	2.739	2.925
Tara	Bistrica	780.1	3.574	3.773	4.056	4.433	3.286	3.475	3.724	4.048	2.866	3.006	3.225	3.433
Bistrica	ušće	244.3	0.874	0.939	1.035	1.167	0.795	0.859	0.948	1.060	0.685	0.731	0.880	0.884
Tara	Đ. Tara	1381.0	7.122	7.437	7.892	8.505	6.559	6.858	7.250	7.773	5.732	5.947	6.295	6.610
Draga	"	79.3	0.217	0.232	0.261	0.306	0.189	0.206	0.236	0.272	0.154	0.164	0.188	0.213
Tara	Trepča	1710.2	9.217	9.585	10.22	10.85	8.492	8.840	9.298	9.917	7.424	7.671	8.079	8.439
Tara	Bij. Brijeg	1877.2	10.33	10.70	11.28	12.06	9.504	9.873	10.36	11.03	8.309	8.570	9.006	9.386
Tara	Šćepan-Polje	2040.0	11.40	11.81	12.43	13.26	10.51	10.90	11.41	12.12	9.188	9.460	9.923	10.32

REZIME

Ovaj rad predstavlja relativno nov koncept u pristupu statističkim analizama malih voda površinskih vodotoka. Bazira se na postupku kojeg je sredinom osamdesetih godina uveo Vladimir.

Za razliku od uobičajenih postupaka za hidrološki izučene profile, gde se preko odabrane funkcije raspodele određuje kvantitativni iznos proticaja malih voda za određeni povratni period, pa na osnovu regionalizacije parametara raspodele isti postupak provodi za neizučene slivove, ovde je to prevaziđeno.

Naime, uz povoljno predstavljanje 5-to godišnje male vode, $Q_{1,80\%}$ za sva trajanja, u funkciji fizičkogeografskih karakteristika sliva (najčešće površine), i određivanja koeficijenta prelaza λ, T, P na ostale obezbeđenosti $P = 90, 95, 97$ i 99% , cilj je postignut.

Uspešnost primene ove metode podrazumeva homogene celine za koje se uspostavlja regionalne zavisnosti, kao i što veći broj hidrometrijskih profila na kojima se kontrolise oticanje u slivu. Ako bi se u kasnijim fazama, za neke podslivove, merenja utvrdila odstupanja u odnosu na dobijeno, postupak je fleksibilan a poboljšanje bi se postiglo, recimo, uvođenjem komponente F_c prema izrazu (5).

LITERATURA

- Janković, D., Jovanović, S., Ocokoljić, M.; *Hidrološke analize malih i srednjih voda na hidrološki neizučanim slivovima*. Zbornik radova «Metode merenja i obrade s računskim primerima», JDH, Bled 1985.
- Hidrološki bilans za sliv rijeke Tare sa pritokama*; Republički hidrometeorološki zavod Crne Gore, Titograd, 1984.
- Primena matematsko-statističkih metoda u hidrologiji*; Jugoslovenski komitet za međunarodnu hidrološku deceniju, Zagreb, 1970.